О Т З Ы В
официального оппонента
на диссертационную работу Костина Дмитрия Владимировича
«Многопараметрические вариационные модели, вычисление и оптимизация посткритических состояний»,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ
(физико-математические науки)

Диссертация Костина Д.В. посвящена ключевым вопросам математического моделирования, исследуемым в соответствии с общепринятой схемой, когда на первом этапе выбирается модель, отражающая законные связи в математической форме, которым подчиняется изучаемый объект. Затем осуществляется выбор алгоритмов для реализации моделей на компьютере. На третьем этапе создается и отлаживается программа.

Исследуемые в диссертации объекты относятся к классам сложных физических систем, имеющих многопараметрическое описание. Как известно, изменение параметров, например, под влиянием внешних воздействий могут приводить к потере устойчивости исходной фазы и способствовать ее переходу в новое состояние с новыми структурными свойствами системы. Подобную структурную перестройку системы часто приходится изучать на основе модельных нелинейных уравнений, численные исследования которых используют такие фундаментальные понятия как корректность (вычислительная устойчивость), и проведение достаточно полного бифуркационного анализа. Несомненно, задача исследования посткритических структурных перестроек весьма актуальна и требует привлечения разнообразных методов математического моделирования и новых вычислительных мощностей.

Бифуркационный анализ краевых и начально-краевых задач развивался в Воронежской математической школе, начиная с трудов М.А. Красносельского и его учеников — В.В. Стрыгина, Ю.Г. Борисовича, Ю.С. Колесова, Э.М. Мухамадиева, Н.А. Бобылева и др. В настоящее время значительные результаты были достигнуты школой Ю.И. Сапронова, усилиями которой построены теоретические и конструктивные схемы анализа многомодовых и нелокальных бифуркаций, результаты которых были получены в случае однородного материала упругой системы. Но при появлении неоднородности упругого материала реализация алгоритма Сапронова – Даринского теряет силу. В диссертации приводится его модификация и, в частности, указывается новая методика построения нормализованной главной части ключевой функции. Соискателем был использован подход, основанный на том, что рассмотренные математические модели являются градиентными. Однако, такой подход требует предварительного изучения бифуркации стационарных точек многопараметрического функционала энергии в условиях многомодового вырождения в порождающей точке минимума. При этом возникает вопрос обоснования возможности применения «фредгольмова анализа» вместе с задачами описания каустик и классификация раскладов бифурцирующих экстремалей. При исследовании бесконечномерных динамических систем (систем с распределенными параметрами) также общеизвестны методы теории линейных однопараметрических полугрупп преобразований, где сильно непрерывные полугруппы являются важным инструментом, при указании класса исходных данных и установлении корректной разрешимости исследуемых задач.

В диссертации рассматриваются следующие задачи.

1. Анализ многомодовых бифуркаций стационарных состояний упругих слабо неоднородных балок и пластин и построение ветвей приближенных решений модельных уравнений в аналитической форме, классификация бифуркационных раскладов ветвей решений, описание каустик.
2. Обоснование применения «фредгольмова анализа» для однородных и неоднородных моделей упругого равновесия.
3. Разработка и реализация алгоритмов построения собственных и корневых векторов главных линейных частей модельных уравнений.
4. Разработка и реализация алгоритма построения нормализованных главных частей ключевых функций Ляпунова-Шмидта.
5. Разработка методов исследования корректной разрешимости начально-краевых задач для дифференциальных уравнений, возникающих при анализе математических моделей на основе теории сильно непрерывных полугрупп преобразований.
6. Построение оптимальных параметрических ветвей бифурцирующих устойчивых состояний, рассмотренных упругих систем.
7. Приложение полученных результатов к оптимизации параметров полигармонического импульса вибропогружателя.

Диссертация состоит из введения, 5 глав, разбитых на параграфы, заключения, списка цитируемой литературы.

Во введении обосновывается актуальность темы исследования, степень её разработанности. Определяются цели и задачи диссертационной работы, её научная новизна, а также теоретическая и практическая значимость, методология и методы исследования. Приводится краткое содержание работы. В первой главе изложены основы теории фредгольмовых функционалов, которые применяются для проведения исследований нелинейных математических моделей методами функционального анализа. Даны необходимые определения и описание методов классической вариационной редукции Ляпунова – Шмидта, которая впервые была обобщена автором. Введенное в этой главе понятие ключевой функции дает возможность перехода от изучения нелинейных дифференциальных уравнений, которые являются математическими моделями различных физических систем, к изучению нормальных форм, имеющих вид многочленов с параметрами. Изучение таких нормальных форм проводится методами теории особенностей, для чего приведены основные понятия, такие как критическая точка, дискриминантное множество, каустика. В диссертационной работе приводятся сведения, касающиеся особенности типа многомерной сборки. Это вызвано тем, что в рассматриваемых задачах о прогибах упругих балок и пластин ключевые функции представляют собой функции типа версальной развертки особенности двумерной сборки. Приведены сведения о редукции деформации сборки и общие утверждения о бифуркации экстремалей из точки минимума.

Во второй главе идет речь о новых методах построения таких ключевых функций в выбранных модельных примерах упругих систем. Решаются две проблемы: построение базиса ритцевской аппроксимации состоящего из корневых функций и вычисления главной части ключевой функции на его основе. Впервые рассматривается случай неоднородного материала в нелинейных математических моделях. Новые методы исследования обобщают и, следовательно, усложняют схемы, рассмотренные в первой главе. Главным отличием является отсутствие условия постоянства собственных функций и переход к так называемым корневым функциям. Для лучшего представления результатов приводится классическая схема вычисления главной части ключевой функции с использованием базиса ритцевской аппроксимации, состоящей из собственных функций, а также новая обобщенная схема, основанная на базисе ритцевской аппроксимации из корневых функций. Впервые указан способ построения такого базиса аппроксимации. При этом используется формула ортогонального проектора в форме, предложенной академиком В.П. Масловым.

В результате осуществлен полный бифуркационный анализ геометрической структуры дискриминантного множества и его дополнения, а также найдены все расклады бифурцирующих решений, соответствующих ячейкам регулярности. В диссертации приведены трехмерные изображения каустики и метаморфоз линий уровней ключевой функции. Данный алгоритм был адаптирован и для исследования математической модели Кармана, описывающей прогибы упругой пластины на упругом основании. Аналогично со случаем изучения балки, первоначально был изучен случай однородной пластины, а затем впервые был рассмотрен случай неоднородного материала. Получена теорема о представлении ключевой функции, на основе которой были получены численные приближенные устойчивые многомодовые решения. Алгоритм был реализован в программном комплексе и получены соответствующие решения и их графики. Полученные результаты впервые показывают существование устойчивых многомодовых решений (прогибов рассмотренных упругих систем).

Третья глава посвящена установлению корректной разрешимости задач для линейных и нелинейных математических моделей с применением методов теории сильно непрерывных полугрупп операторов. С этой целью впервые вводится и применяется понятие C_0-операторного интеграла Лапласа, обобщающее классические преобразования Лапласа, когда экспонента заменяется C_0 полугруппой. Далее операторный метод Маслова – Хевисайда обобщается на случай генераторов сильно непрерывных полугрупп преобразований. Это позволило значительно расширить классы равномерно корректных по С.Г. Крейну задач для дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, описывающих неоднородные структуры и процессы. Такой подход позволил получить точные решения для новых классов дифференциальных уравнений в случае, когда начальные условия могут не ставится, а также для граничных задач для уравнения с ограниченными коэффициентами. В последнем случае при исследовании применяется операторный метод конечных разностей и указываются точные оценки устойчивости разностных схем. Отсюда получены и точные оценки для решения исходных задач. Во всех случаях решения выражаются через полугруппы и это упрощает построение соответствующих алгоритмов.

В четвертой главе тонкими методами алгебры и теории функций решается инженерная задача об отыскании оптимального направляющего импульса при конструировании вибрационных устройств. Найденные формы импульса в диссертации названы импульсом Максвелла – Фейера. Важно отметить, что такой импульс является тригонометрическим многочленом и его характерным свойством является расположение всех минимумов на одном уровне.

В пятой главе развитый математический аппарат применяется при рассмотрении модели изгиба упругой лопатки турбины. Для этого предложена методика оптимизации закритического изгиба, необходимая при расчетах конкретных турбинных конструкций. Интересно, что анализ, соответствующий нелинейной модели неоднородной упругой лопатки, удалось осуществить по критерию асимметрии. Далее разработанные фундаментальные методы находят приложение в теории антенных устройств. В этом случае, импульс Максвелла – Фейера реализует модель прямоугольной антенны с максимальным коэффициентом доминирования главного направления излучения.

В качестве недостатков следует отметить:

1. В пункте 3.7.2 при изучении свойств введенных в диссертации операторных дробей используются фундаментальные свойства разделения корней соседних скалярных ортогональных многочленов. Однако, нет ссылки на какой-либо источник, в котором этот факт доказан. (например, монография Г. Сегё «Ортогональные многочлены», которая указана в списке литературы)
2. Нет единых обозначений для полугрупп класса C_0. Так во введении, такие полугруппы обозначаются через T (t), в главе 3 (за исключением пункта 3.7.2) применяются обозначения U (t), а в пункте 3.7.2 в определении полугруппы с генератором -A, где A – позитивный оператор, используется обозначение V (-A, t)
3. Было бы интересно привести примеры моделей, при исследовании которых математический аппарат, развитый в диссертации, можно применить с использованием полугрупп с нелинейным сложением, которые также рассмотрены в диссертации.
4. Очень неудобна для читателя сплошная нумерация формул на протяжении главы, которая приводит к обилию огромных номеров у формул.

Однако, эти недочеты не снижают высокого научного уровня полученных в диссертации результатов.

Тема диссертации соответствует паспорту специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки). Все представленные результаты в диссертации являются новыми и достоверными, формулировки – точными, а доказательства – полными и корректными. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертационной работы. Все основные результаты своевременно опубликованы в 42 печатных трудах, из которых 15 – в Перечне рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК РФ. Результаты диссертации прошли достаточную апробацию и были доложены на многих научных конференциях.

Таким образом, диссертационная работа Д.В. Костина представляет собой законченное математическое исследование на актуальную тему. В ней разработаны имеющие несомненную научную значимость для специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки) теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение. Считаю, что диссертация работа «Многопараметрические вариационные модели, вычисление и оптимизация посткритических состояний» удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении учёных степеней, а ее автор Д.В. Костин заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки).

Официальный оппонент:
Федоров Владимир Евгеньевич,
доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление,
профессор, заведующий кафедрой математического анализа,
Челябинский государственный университет

11.05.2017

Контактная информация:
Почтовый адрес: 454001, Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129, ЧелГУ
факс: (351) 742-09-25
Сайт: www.csu.ru
Телефон: (351) 799-72-35
E-mail: kar@csu.ru

Подпись Федорова В.Е.
удостоверяю
специалист по кадрам